

حالت‌های مختلف مدل برنامه‌ریزی خطی از نظر هندسی

اگرچه موارد خاص مدل برنامه‌ریزی خطی کمتر در مسائل واقعی رخ می‌دهد، ولی در اینجا با جدولی سعی می‌کنیم آن‌ها را خلاصه

بکنیم. اینها را بدانیم.

الف) جواب بهینه منحصر به فرد

مثال: مدلی برنامه‌ریزی خطی برای بیشینه‌سازی هدفی حل کنید.

$$\text{Min } Z = x_1 - 2x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \rightarrow 2x_1 - x_2 = 4$$

$$\begin{array}{cc|c} x_1 & x_2 & \\ \hline 2 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow 2x_1 + x_2 = 6$$

$$\begin{array}{cc|c} x_1 & x_2 & \\ \hline 2 & 1 & 6 \\ 0 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\textcircled{3} \rightarrow x_2 = 5$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x_r = 0 \\ x_{r_1} + x_r = 7 \end{cases} \xrightarrow{x_r = 0} x_{r_1} + 0 = 7 \rightarrow x_{r_1} = 7$$

$$A \mid \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x_{r_1} - x_r = 4 \\ x_{r_1} + x_r = 7 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x_{r_1} = 10 &\rightarrow x_{r_1} = \frac{10}{2} = \frac{5}{1} \\ x(\frac{5}{1}) - x_r = 4 &\rightarrow 5 - x_r = 4 \rightarrow x_r = 1 \end{aligned}$$

$$B \mid \begin{array}{c} 5 \\ 1 \end{array}$$

$$\textcircled{3} C \mid \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \quad \textcircled{4} D \mid \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \quad \textcircled{5} E \mid \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}$$

$$(Min Z = x_{r_1} - x_r)$$

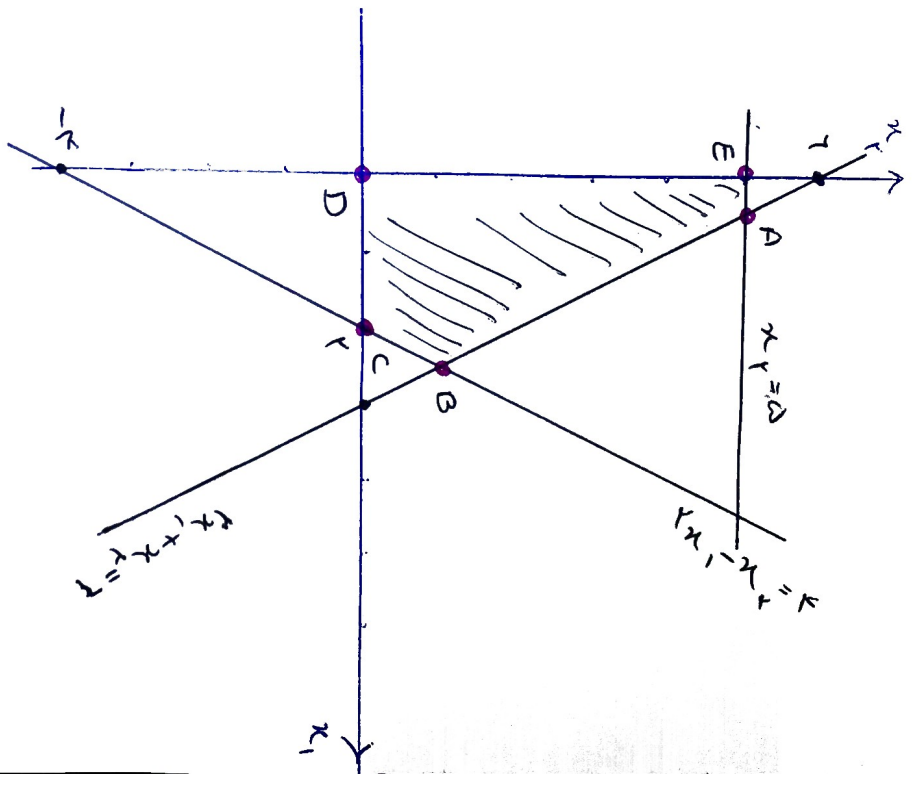
$$A \mid \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \rightarrow \frac{1}{1} - x(0) = \frac{1}{1} - 10 = -\frac{9}{1}$$

$$B \mid \begin{array}{c} 5 \\ 1 \end{array} \rightarrow \frac{5}{1} - x(1) = \frac{5}{1} - 1 = \frac{4}{1}$$

$$C \mid \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \rightarrow x - x(0) = x$$

$$D \mid \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \rightarrow 0 - x(0) = 0$$

$$E \mid \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \rightarrow 0 - x(0) = -10 \rightarrow Z^* = -10, x_{r_1}^* = 0, x_r^* = 0$$



بنا جواب همه چیه

در بعضی از مسئله‌های برنامه‌ریزی خطی بیش از یک جواب کینه وجود دارد، این حالت در مسئله‌های برنامه‌ریزی خطی

معمولاً رخ می‌دهد. به تابع هدف مسئله مواردی می‌انگردد که جواب کینه باشد. در این صورت دو یا از نقاط کور (1)

نقطه‌های جواب. جواب‌های کینه‌ی ما باشند. در این صورت هر یک خطی بین این دو جواب کینه، جواب کینه دیگری باشد

مثال: مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را حل کرده و حالت‌های آن را بررسی کنید.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{s.t } \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

→

$$x_1 + x_2 = 2$$

→

$$\begin{array}{c|c} x_1 & x_2 \\ \hline 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{array}$$

$$4x_1 + 2x_2 = 12$$

→

$$\begin{array}{c|c} x_1 & x_2 \\ \hline 0 & 6 \\ 3 & 0 \end{array}$$

$$x_2 = 5$$

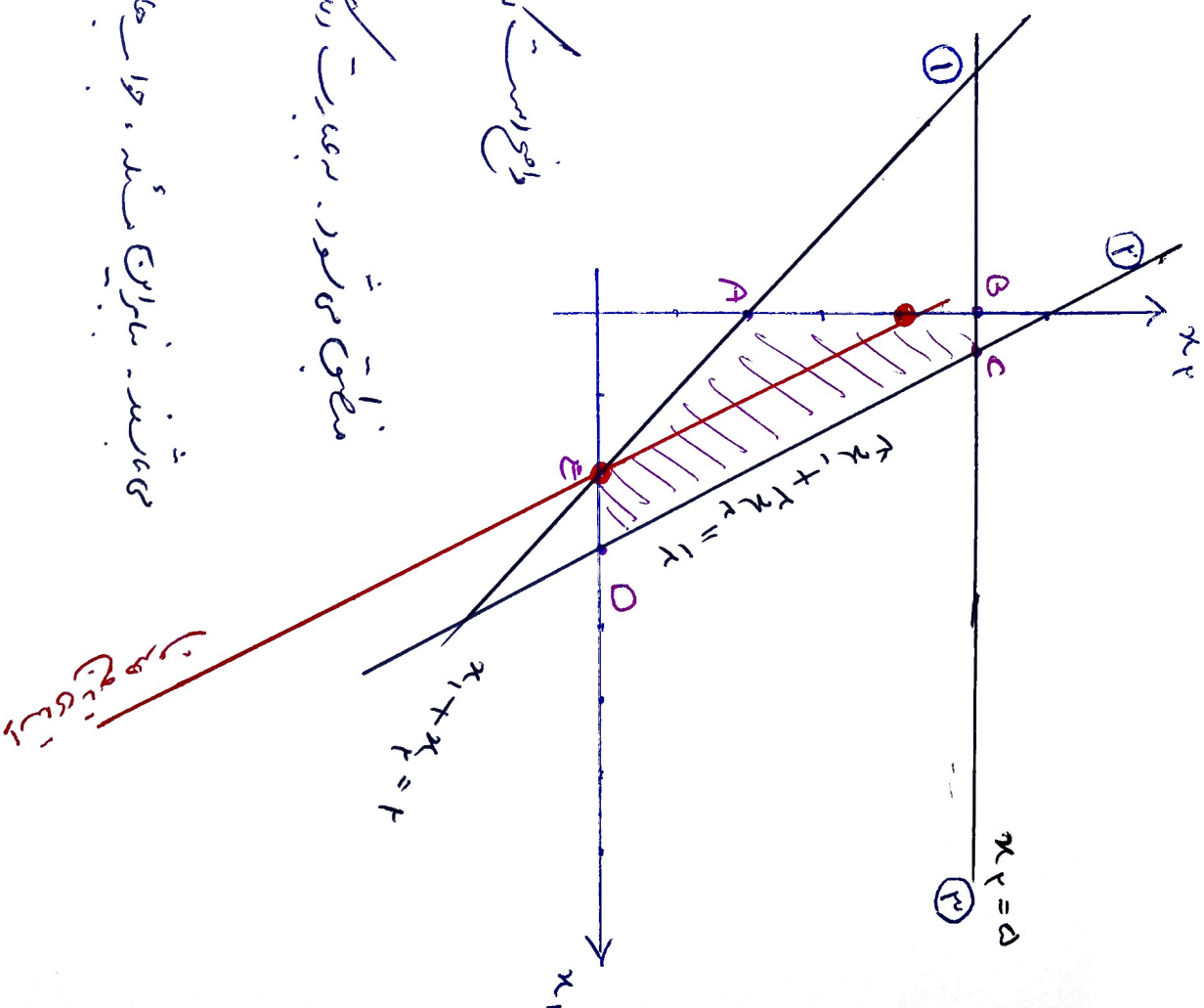
مساوی (مساوی) $2x_1 + x_2 = 4$, تابع هدف

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{cases} , \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

منطقه امکان‌پذیر تابع هدف در جهت افزایش تابع هدف CD

منطقه می‌شود. به عبارت دیگر، نقاط روی خط CD خطی جوابی، جواب‌های ممکن

می‌باشند. بنابراین مسئله، جواب‌های غیرخطی ندارد. در تابع هدف شماره ۱۱ است



$$\text{Max } Z = 4x_1 + 14x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 11 \\ 3x_1 + 7x_2 \leq 11 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\rightarrow 2x_1 + 5x_2 = 11$$

$$3x_1 + 7x_2 = 11$$

$$\begin{array}{c|c} x_1 & x_2 \\ \hline 0 & 2.2 \\ 5.5 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} x_1 & x_2 \\ \hline 0 & 1.57 \\ 1.57 & 0 \end{array}$$

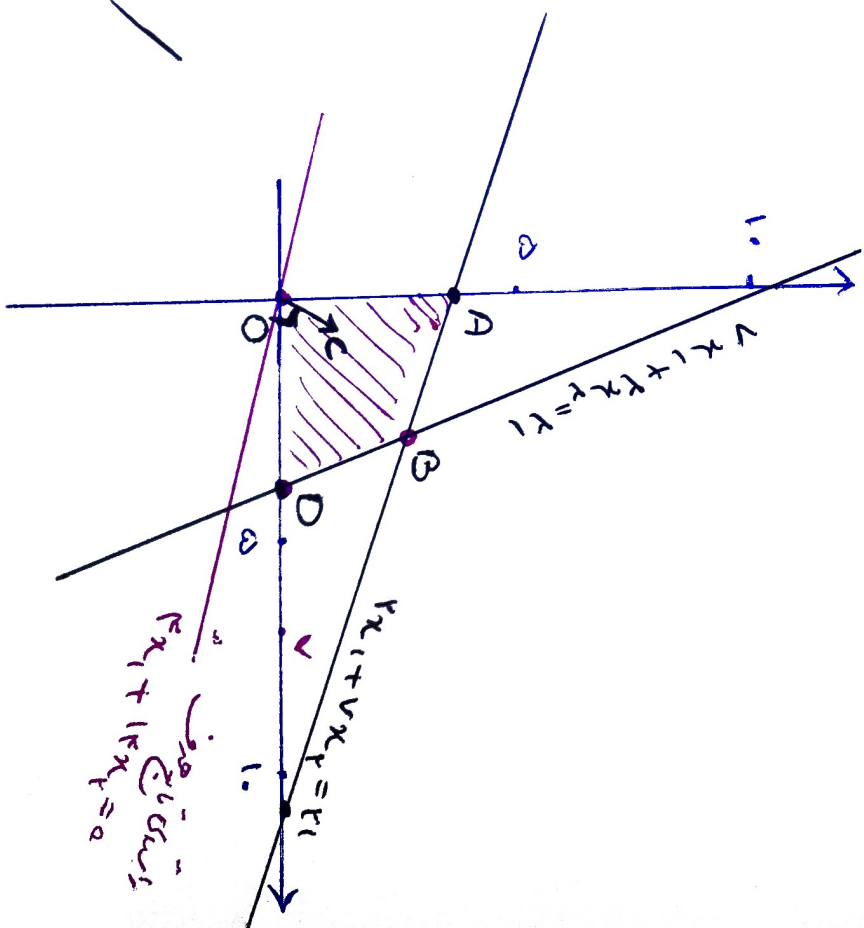
سوال:

مسئله برنامه ریزی خطی

$$Z = 4x_1 + 14x_2 = 0$$

$$\begin{array}{c|c} x_1 & x_2 \\ \hline 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{array}$$

(14, 4) است



مسئله برنامه ریزی خطی

دری سالی در روی خط AB قرار دارد جواب می دهند.

بالعزیزان عزیز در راستای ح توجهی بسیم / در به خط AB شامل جواب های کثیر است. به عبارت دیگر مسئله ی غایت
 جواب کثیر دارد. در این حالت می گویند مسئله دارای جواب کثیر چنانچه در جواب کثیر نیست.

دست کنید که از این بی غایت جواب کثیر نقاط A, B لورشی یا ای هستند و با بر خط غیر لورشی هستند.

اگر مقدار تابع هدف را برای تمامی A حساب کنیم

$$A \begin{array}{c} 0 \\ 3 \end{array} \rightarrow Z_A^* = (2x_0) + (14x_2) = \underline{\underline{42}} \quad \left(Z^* = 42, x_1^* = 0, x_2^* = 3 \right)$$

می انضباط کنیم

$$Z^* = 42$$

تقریب ۵ به در محل ملای در قید قرار دارد. برای اینصورت ۳ در نگاه بر احوال کنیم.

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 = 21 \\ 7x_1 + 2x_2 = 21 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -14x_1 - 49x_2 = -147 \\ 14x_1 + 4x_2 = 42 \end{cases}$$

$$-45x_2 = -105$$

$$x_2 = \frac{150}{40} = \frac{15}{4}$$

$$14x_1 + 4\left(\frac{15}{4}\right) = 42 \rightarrow x_1 = \frac{15}{4}$$

$$B \mid \begin{matrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow Z_B^* = 4 \times \frac{15}{4} + 14 \times \frac{15}{4} = 42 \quad \text{مصارف برای } B$$

اگر مصرف هدف برای سواران (خواه روی پا خط AB باشد) می‌باشد، مصرف هدف

دو برابر ۴۲ است. پس هرگاه مسئله دارای جواب کفایت می‌کند باشد، بی‌شکلیت جواب کفایت داریم، اما به

رای تمام این به‌شکلیت جواب کفایت مصرف همواره عددی نیست.

روش گسترده مسئله موثری جواب کفایت پیدا کند دارد. تابع هدف باید از سود در برنده جواب کفایت موثر باشد.

جواب بیاور

جواب بیاور در یک مسئله متغیرهای خطی را می‌دهد نه فضای جواب نایمور باشد و تابع اجزای درجهت

افزایش یا کاهش از فضای جواب خارج نشود رابطه به نوع تابع هدف Max یا Min

ممكن است مقداری با فضای جواب نایمور. جواب همیشه داشته باشد.

سوال: مسئله برنامه‌ریزی خطی دارای حل کرده و حالت محتمل آن را بررسی می‌کنیم.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 3x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

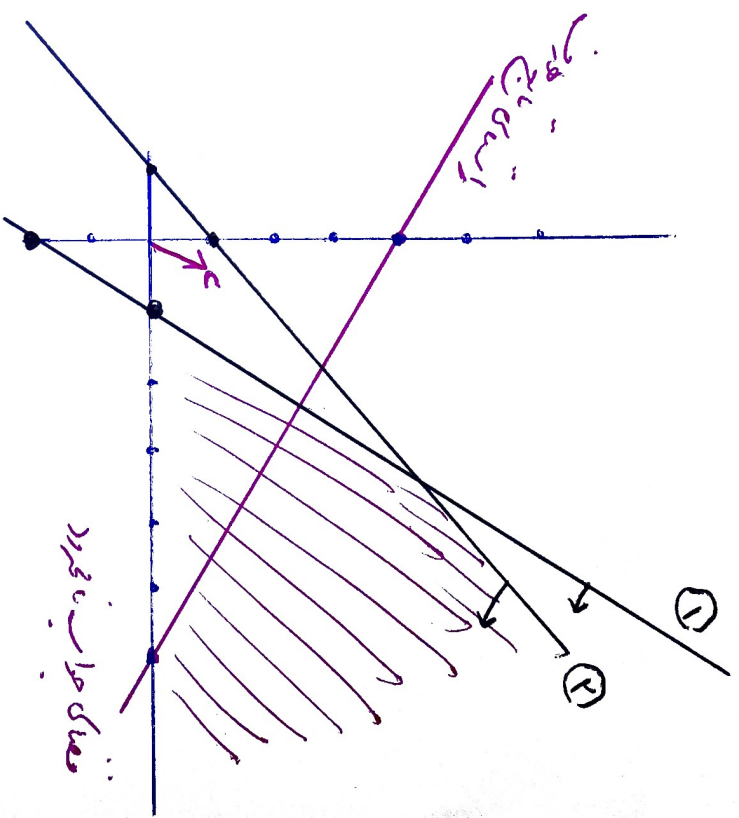
$$\textcircled{1} \rightarrow 2x_1 - x_2 = 2 \quad \rightarrow \begin{array}{c|c} x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow -x_1 + x_2 = 1 \quad \rightarrow \begin{array}{c|c} x_1 & x_2 \\ \hline 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{array}$$

تابع هدف : $2x_1 + 3x_2 = 12$ (مقی)

x_1	x_2
0	4
6	0

دایج است نه تابع هدف را هم در معادله می توانیم اعتبارش دهیم.



این صورت می توانیم مسئله برنامه ریزی خطی جواب بگیریم دارد. البته انتظار نداریم در درستی و دقت مسئله برنامه ریزی

خطی جواب بگیریم داشته باشد. زیرا این مطلب مستقیم آن است نه سودی باعث گردد، ولی در در صورت منابع مانع از

چنین حالتی است.